آنچه که هر فیزیکدان باید درباره ی تئوری ریسمان بداند

نویسنده: ادوارد ویتن

ترجمه: مریم امیری

آنچه که هر فیزیکدان باید درباره ی تئوری ریسمان بداند

نویسنده : ادوارد ویتن

ترجمه: مریم امیری

ناشر الکترونیکی: سایت علمی بیگ بنگ (http://bigbangpage.com)

تاریخ انتشار: آذر ۱۳۹۴

فیزیک نظری علمی بسیار عمیق و با روابطی بسیار پیچیده ریاضیاتی پرمفهوم است. تمامی این ها دست به دست هم داده اند تا به دانشی از جهان، خلقت و قوانین حاکم بر آن برسیم. به همین دلیل است که تصمیم داریم نظریات معروفترین دانشمندان و نظریه پردازان این شاخه از فیزیک را به فارسی برگردان نماییم. به تازگی فیزیکدان مشهور، ادوارد ویتن مقاله ای با عنوان «آن چه که هر فیزیکدان باید درباره ی تئوری ریسمان بداند» منتشر کرده است که به گمانم مطالعه ی آن سطح علمی علاقه مندان به این علم که ترکیبی از نظریه ریسمان و تئوری میدان می باشد را بالا می برد. امید به اینکه این مطلب مناسب باشد.

مریم امیری – پاییز ۱۳۹۴
جهت انتقاد و پیشنهاد با این ایمیل در ارتباط باشید
maryam.amiri.physics@gmail.com
«با سپاس فراوان از راهنمایی های جناب پرفسور محمد وحید تکوک»

آنچه که هر فیزیکدان باید درباره ی تئوری ریسمان بداند

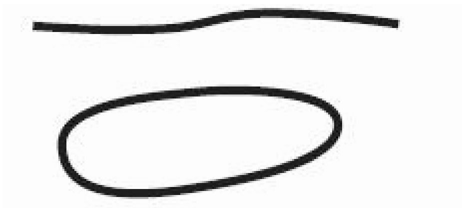
برخی هارمونی های طبیعت، از جمله ظهور ساختارهای مشابه در حوزه های مختلف فیزیک، در زمره مسیری قرار می گیرد که بالقوه تئوری ریسمان گرانش را با دیگر نیروهای طبیعت وحدت می بخشد و واگرایی های فرابنفش را که بلای جان گرانش کوانتومی اند حذف می کند. حتی در بین فیزیکدانان نظری، تئوری ریسمان به دلیل ترسناک و عظیم بودن ریاضیاتی اش مشهور است؛ اما در واقع بسیاری از عناصر ضروری اش را می توان به سادگی توضیح داد. تئوری ریسمان چگونه تئوری میدان کوانتومی استاندارد را تعمیم می دهد؟ چرا تئوری ریسمان ما را وادار می سازد تا نسبیت عام را با دیگر نیروهای طبیعت وحدت بخشیم، درحالی که تئوری میدان استاندارد کوانتومی باعث می شود که اتحاد با نسبیت عام خیلی سخت باشد؟ چرا هیچ واگرایی بنفشی در تئوری ریسمان وجود ندارد؟ و چه بر سر مفهوم فضازمان آلبرت اینشتین می آید؟

هر کسی که فیزیک مطالعه کرده باشد، آگاه است که هرچند فیزیک، مانند تاریخ، دقیقا خودش را تکرار نمی کند، ولی دارای هارمونی است که با ساختاری مشابه در حوزه های گوناگون پدیدار می گردد. برای نمونه، امواج گرانشی نسبیت عام اینشتین مشابه با امواج الکترومغناطیسی یا امواج آب در سطح آب اند. ما با یکی از هارمونی های طبیعت شروع می کنیم: یک قیاس بین گرانش کوانتومی و تئوری یک تک ذره.

با وجود این که ما واقعا آن را درک نمی کنیم، اما فرض بر این است که گرانش کوانتومی از آن دسته تئوری هایی است که در این تئوری حداقل از نظر ماکروسکوپی، از لحاظ مکانیک کوانتومی روی تمامی هندسه های فضازمان ممکن میانگین گیری انجام می دهیم (ما نمی دانیم که تا چه حدی این توصیف از نظر میکروسکوپیکی درست است). میانگین گیری انجام می شود، در ساده ترین مورد: با یک فاکتور وزن $\exp(iI/\hbar)$ ، که I کنش اینشتین - هیلبرت است:

$$I = \frac{۱}{۱۶\pi G}\int d^۴x\sqrt{g}(R - ۲\Lambda)$$

دراین جا G ثابت گرانشی نیوتن، g دترمینان تانسور متریک، R اسکالر انحنا، Λ یک ثابت کیهانشناسی و d^4x المان حجم فضازمان است. می توانستیم میدان های مادی را نیز اضافه کنیم، اما به نظر نمی رسد نیازی به آن ها داشته باشیم. اجازه دهید تلاشمان براین باشد که این تئوری را به جای چهاربعد، یک بعدی کنیم. انتخاب برای یک منیفلد یک بعدی کاملا محدود می شود به:



علاوه بر این اسکالر، انحنا در یک بعد عینا صفر است و تمام آنچه از کنش اینشتین - هیلبرت باقی می ماند ثابت کیهانشناسی است. با این حال، ادراک بنیادی اینشتین به کنش اینشتین - هیلبرت محدود نمی شد. بلکه نسبتا در ایده هایی گسترده تری بود که هندسه ی فضازمان می تواند از نظر دینامیکی تغییر کند و قوانین طبیعت درکل هموردا هستند، یا تحت دیفئومورفیزمهای اختیاری (تبدیلات مختصات) از فضا ناوردا هستند[1]. با اعمال این بینش ها، می توانیم یک تئوری گرانشی کوانتومی غیرجزیی را در یک بعد ایجاد کنیم، اما به شرطی که میدان های مادی را درنظر بگیریم.

اضافه کردن ماده

ساده ترین میدان های مادی، میدان های اسکالر X_I اند که در آن $I = 1, \ldots, D$. کنش نسبیتی عام استاندارد برای میدان های اسکالر برابر است با:

$$I = \int dt\sqrt{g}\left[\frac{1}{2}\sum_{I=1}^{D} g^{tt}\left(\frac{dX_I}{dt}\right)^2 - \frac{1}{2}m^2\right]$$

که g^{tt} یک تانسور متریک ۱×۱ است و جمله ی Λ با $\frac{1}{2}m^2$ جایگزین شده است.

حال تکانه ی کانونی $P_I = dX_I/dt$ را معرفی می کنیم. معادله ی میدان اینشتین، که معادله حرکت بدست آمده با تغییر کنش I نسبت به g می باشد، دقیقا برابر است با:

[1] برای مطالعه بیشتر به صفحه ی ۳۰ مقاله ی Michel Janssenand و Jürgen Renn مراجعه کنید.

$$g^{tt}\sum_{I=۱}^{D} {P_I}^۲ + m^۲ = ۰$$

ما پیمانه ی $g^{tt} = ۱$ را برمی گزینیم که در نتیجه معادله برابر می شود با:

$$\mathrm{P}^۲ = \sum_{\mathrm{I}} {P_I}^۲ \ \text{با}\ \ P^۲ + m^۲ = ۰$$

از نظر مکانیک کوانتومی (درواحدهایی با $\hbar = ۱$)، $P_I = -\partial/\partial X_I$، و معنی معادله ی $P^۲ + m^۲ = ۰$ این است که تابع موج $\Psi(X)$، که X مجموعه ای از همه ی X_I است، باید با اپراتور دیفرانسیل که متناظر با $P^۲ + m^۲$ است نابود شود:

$$\left(-\sum_{I=۱}^{D} \partial^۲/\partial {X_I}^۲ + m^۲\right)\Psi(\mathrm{X}) = ۰$$

این معادله آشناست، معادله ی کلین-گوردون نسبیتی در D بعد، اما در امضای اقلیدوسی، که در آن زمان و فضا ردپای یکسانی دارند. برای دستیابی به یک توصیف فیزیکی معقول، می بایست انرژی جنبشی یکی از میدان های اسکالر X_I را معکوس کنیم طوری که کنش به شکل زیر شود:

$$I = \int dt\sqrt{g}\left\{\frac{۱}{۲}g^{tt}\left[-\left(\frac{dX_۰}{dt}\right)^۲ + \sum_{i=۱}^{D-۱}\left(\frac{dX_i}{dt}\right)^۲\right] - \frac{۱}{۲}m^۲\right\}$$

حال تابع موج از معادله ی کلین-گوردون در امضای لورنتزی پیروی می کند:

$$\left(\frac{\partial^۲}{\partial X_۰^۲} - \sum_{i=۱}^{D-۱}\frac{\partial^۲}{\partial X_i^۲} + m^۲\right)\Psi(\mathrm{X}) = ۰$$

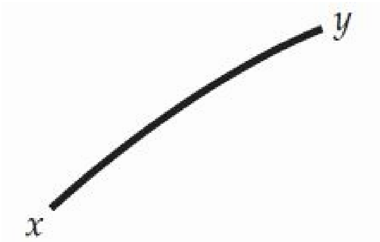
پس ما یک تئوری دقیقا قابل حل از گرانش کوانتومی در یک بعد یافته ایم که یک ذره ی اسپین ۰ با جرم m را که در فضازمان D بعدی در حال انتشار است را توصیف می کند. درواقع می توانیم فضازمان مینکوفسکی را با یک فضازمان D بعدی M با یک متریک امضای لورنتزی (یا اقلیدوسی) G_{IJ} جایگزین کنیم، درنتیجه کنش برابر است با:

$$I = \int dt\sqrt{g}\left(\frac{۱}{۲}g^{tt}G_{\mathrm{IJ}}\ \frac{dX^I}{dt}\frac{dX^J}{dt} - \frac{۱}{۲}m^۲\right)$$

از این جا به بعد، جمع روی اندیس های تکرارشده در ضمن کار گفته شده است. معادله ای که تابع موج از آن پیروی می کند، اکنون معادله ی کلین-گوردونِ جرم دار در فضا زمان خمیده است:

$$\left(-G^{IJ}\frac{D}{DX^{I}}\frac{D}{DX^{J}}+m^{۲}\right)\Psi(\mathrm{X})=۰$$

که در این معادله D نشانگر دیفرانسیل گیری همورد است. اجازه بدهید برای اینکه همه چیز آشناتر به نظر آید، به مورد فضازمان تخت برگردیم (ما در امضای اقلیدوسی کار خواهیم کرد تا از الزامی بودن برخی فاکتورهای i دوری گزینم). اجازه دهید که دامنه ی احتمال را برای ذره ای محاسبه کنیم تا در یک نقطه ی x در فضازمان شروع و در نقطه ی دیگری در y کار را پایان دهیم. پس باید این کار را با محاسبه ی یک انتگرال مسیر فاینمن در مدل گرانش کوانتومی مان انجام دهیم. انتگرال مسیر روی تمامی متریک های $\mathrm{g(t)}$ و میدان های اسکالر $X_I(t)$ روی تک - منیفلد،



با این شرط که $X(t)$ مساوی با x در انتها و y در انتهای دیگر است، گرفته می شود. بخشی از فرآیند محاسبه انتگرال مسیر در مدل گرانش کوانتومی ما این است که روی متریک، روی تک - منیفلد، دیفئومورفیزما های مدول، انتگرال بگیریم. اما تا دیفئومورفیزم، تک - منیفلد تنها یک ناوردایی را داراست: طول کلش τ، که ما آن را به صورت زمان ویژه ی سپری شده تعبیر می کنیم. در پیمانه ی ما، $g^{tt}=۱$، یک تک - منیفلد با طول τ با یک پارامتر t شرح داده می شود که بازه ی $۰\leq \mathrm{t}\leq \mathrm{\tau}$ را پوشش می دهد. حالا مجبوریم روی تک - منیفلد، روی تمامی مسیرهای $X(t)$ که از x در $\mathrm{t}=۰$ آغاز و در y در $\mathrm{t}=\mathrm{\tau}$ پایان می پذیرد انتگرال بگیریم. این انتگرال فاینمن بنیادی مکانیک کوانتوم با هامیلتونینی به شکل $\mathrm{H}=۱/۲\,(\mathrm{P}^{۲}+\mathrm{m}^{۲})$ است.
براساس نظریه فاینمن، نتیجه، عناصرماتریسیِ $\exp(-\tau H)$ است:

$$G(x,y;\tau)=\int\frac{d^{D}p}{(۲\pi)^{D}}exp[ip.(y-x)]exp\left[-\frac{\tau}{۲}(\mathrm{p}^{۲}+\mathrm{m}^{۲})\right]$$

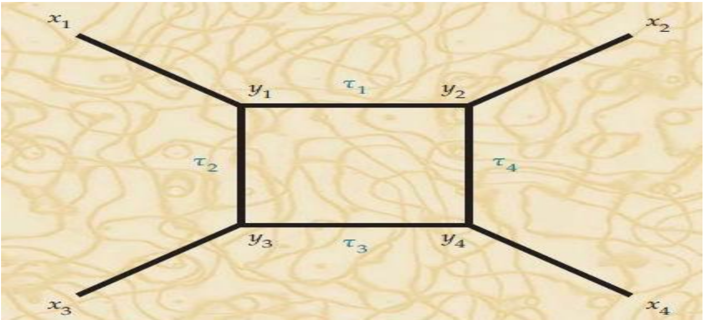
اما باید به خاطر داشته باشیم که بخش گرانشی انتگرال مسیر را انجام دهیم، که در اینجا به این معنی است که انتگرال روی τ گرفته می شود.
انتگرال روی τ پاسخ نهایی ما را می دهد:

$$G(x,y)=\int_{۰}^{\infty}d\tau G(x,y;\tau)=\int\frac{d^{D}p}{(۲\pi)^{D}}exp[ip.(y-x)]\frac{۲}{\mathrm{p}^{۲}+\mathrm{m}^{۲}}$$

این فرمول خروجی انتگرال مسیر کامل (یک انتگرال روی متریک های $\mathrm{g(t)}$ و مسیرهای $X(\mathrm{t})$ با نقاط انتهایی داده شده است، دیفئومورفیزم های مدول) در مدل گرانش کوانتومی ماست. تابع $\mathrm{G(x,y)}$ انتشارگر فاینمن استاندارد در امضای اقلیدوسی، جدای از یک فاکتور نرمال سازی وابسته به قرارداد، می باشد. علاوه بر

این، یک استخراج مشابه در امضای لورنتزی (برای هردو فضازمان M و جهان خط ذره) انتشارگر فاینمن امضای - لورنتزی صحیح را می دهد.

در نتیجه ما ذره ی آزاد در فضازمان D بعدی برحسب گرانش کوانتوم ۱D بعدی تفسیر می کنیم. اما چطور برهم کنش ها را در نظر بگیریم؟ یک راه کاملا طبیعی وجود دارد. تعداد زیادی تک منیفلد هموار وجود دارد؛ مانند منیفلدی که در شکل ۱ آمده است. کنش گرانش کوانتومی ما روی چنین گرافی مهم می شود. ما به سادگی کنش مشابهی با آنچه قبلا استفاده کردیم، درنظر می گیریم که روی همه ی بخش های خطی که گراف را ایجاد می کنند جمع می خورد. حال برای انجام دادن انتگرال مسیر گرانش - کوانتومی باید روی تمامی متریک های روی گراف تا دیفئومورفیزم انتگرال بگیریم. تنها ناورداها طول های کل یا زمان های ویژه ی هر بخش است. برخی خطوط در شکل ۱ با متغیرهای طول یا زمان ویژه τ_i برچسب خورده اند. دامنه ی طبیعی برای برای محاسبه دامنه ای است که در آن ما مکان های $x_۱, \dots, x_۴$ چهار ذره ی خارجی گراف را ثابت نگه می داریم و روی تمامی τ_i و روی همه ی مسیرهایی که ذرات بخش های طولی را دنبال می کنند انتگرال می گیریم. برای محاسبه ی چنین انتگرالی راحت تر این است که ابتدا محاسبه ای انجام دهیم که درآن مکان $y_۱, \dots, y_۴$ رأس ها در گراف را ثابت نگه داریم؛ به این معنی که تمامی نقاط انتهایی برچسب می خورند. محاسبه ای که می بایست روی هر بخش انجام دهیم مشابه قبل است و انتشارگر فاینمن را به ما می دهد. انتگرال گیری نهایی روی $y_۱, \dots, y_۴$ پایستاری تکانه را در هر رأس می دهد. بنابراین به نسخه ی فاینمن برای محاسبه ی دامنه ی مرتبط با یک گراف فاینمن می رسیم (یک انتشارگر فاینمن برای هر خط و انتگرال گیری روی همه ی تکانه ها که مرتبط با پاستاری تکانه است).

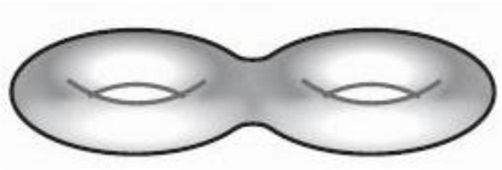


تصویر ۱. یک گراف با راس های ۳ بنیانی. انتگرال مسیر برای بررسی، انتگرالی است که در آن مکان هایِ $x_۱, \dots, x_۴$ ذرات ثابت شده هستند و انتگرال گیری روی هرچیز دیگری است. نخستین گام ساده، محاسبه ی این انتگرال است که در آن مکان های $y_۱, \dots, y_۴$ راس ها نیز ثابت هستند. این دیاگرام فاینمن می تواند یک واگرایی فرابنفش در حدی که همه ی پارامترهای زمان ویژه $\tau_۱, \dots, \tau_۴$ در حلقه صفر شوند، را تولید کند.

یک هارمونی کامل تر

به یکی از هارمونی های طبیعت رسیده ایم. اگر از آن چه در چهار بعد برای توصیف گرانش کوانتومی انتظار داریم، برای یک بعد نیز الگو بگیریم، در آخر با چیزی روبرو می شویم که یقینا در فیزیک مهم است، تئوری میدان کوانتومی معمولی در یک فضازمان احتمالا خمیده. در مثالمان در تصویر ۱، تئوری میدان کوانتومی

معمولی، تئوری ϕ^3 اسکالر است؛ چرا که با سیستم مادی خاصی شروع کردیم و به خاطر اینکه گرافی که داشتیم چهار رأس مربعی بود. برای مثال رأس های چهارتایی تئوری ϕ^4 را می دهد و یک سیستم مادی متفاوت، میدان های اسپین های متفاوت را می دهد. از این نظر خیلی یا شاید بتوان گفت همه ی تئوری های میدان کوانتومی در D بعد را می توان از گرانش کوانتومی در یک بعد استخراج کرد. درواقع اگر ما فرآیند را در دو بعد تکرار کنیم یک هارمونی خیلی کامل تری وجود خواهد داشت؛ یعنی برای یک ریسمان به جای یک ذره. بلافاصله با این واقعیت روبرو می شویم که یک منیفلد دوبعدی می تواند خمیده باشد:



در یک نکته مربوطه باید گفت که، همه ی متریک های ۲D به طور لوکال تحت دیفئومورفیزم معادل نیستند. در کل یک متریک ۲D یک متریک ۲ × ۲ متقارن است که از سه تابع ساخته می شود:

$$g_{ab} = \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{pmatrix}, \quad g_{12} = g_{21}$$

یک تبدیل مختصه ی ۲D بعدی σ با رابطه ی زیر تولید می شود:

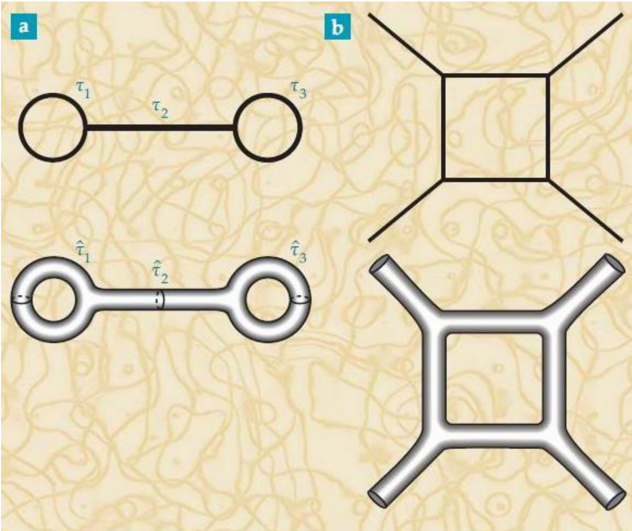
$$\sigma^a \to \sigma^a + h^a(\sigma), \qquad a = 1,2$$

که می توانند تنها دو تابع را حذف کنند و اسکالر انحنا را به شکل یک ناوردا بر جای بگذارند. همه آن پیچیدگی ها این را پیشنهاد می دهند که انتگرال روی متریک های $2D$ خیلی به آنچه که در مورد $1D$ یافتیم شبیه نخواهد بود. اما حالا توجه مان را به آنچه در ادامه داریم معطوف می کنیم. قیاس طبیعی کنش که ما در یک بعد استفاده کردیم، کنش نسبیتی عام برای میدان های اسکالر در دوبعد است، یعنی:

$$I = \int d^2\sigma \sqrt{g}\, g^{ab} G_{IJ} \frac{\partial X^I}{\partial \sigma^a} \frac{\partial X^J}{\partial \sigma^b}$$

اما این ناوردای کونفورم است، یعنی تحت تبدیل Weyl متریک $g_{ab} \to e^{\phi} g_{ab}$ برای هر تابع حقیقی ϕ روی Σ. این تنها در دو بعد درست است و فقط اگر هیچ ثابت کیهانشناسی وجود نداشته باشد ما این عبارت را در رفتن به دو بعد حذف می کنیم. شرط ناوردایی Weyl به خوبی ناوردایی دیفئومورفیزم برای اینکه هر متریک g_{ab} روی Σ به طور لوکال جزیی شود (به طور لوکال معادل با δ_{ab}) کافی است، همانطور که برای تک – منیفلد ها گفتیم. اکنون ابزار های بسیار زیبای ریاضیات قرن نوزدهم وارد بازی می شوند. یک دو – منیفلد که متریکش را به یک تبدیل Weyl می دهد سطح ریمانی نامیده می شود. مانند مورد ۱D، یک سطح ریمانی می تواند به صورت محدودی با خیلی از پارامترها به دیفئومورفیزم ویژگی بندی و مشخص شود.

دو تفاوت بزرگ وجود دارد: اکنون پارامترها مختلط اند وحقیقی نیستند و بازه ی آن ها در روشی محدود شده که هیچ جایی را برای واگرایی فرابنفش باقی نمی گذارد. بعدا به این نکته بازخواهیم گشت.

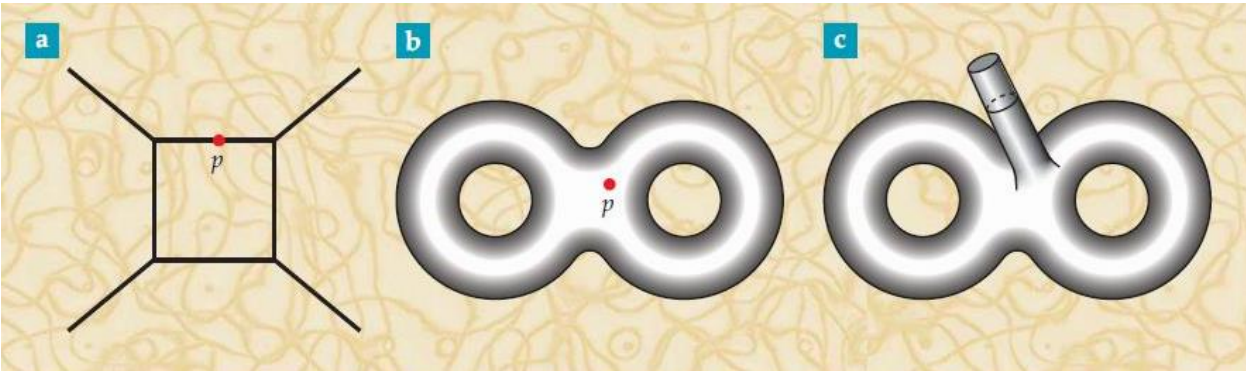


تصویر ۲. از خطوط به لوله ها. الف) می توان یک دیاگرام فاینمن با پارامترهای زمان ویژه ی $\tau_۱, \tau_۲$ و $\tau_۳$ (بالا) را به یک سطح ریمانی متناظر (پایین) تبدیل کرد و این کار به آرامی به وسیله ی ضخیم سازی تمام خطوط در دیاگرام به لوله هایی که در آن به صورت هموار به هم متصل شده اند، انجام می شود تا سطح ریمانی تبدیل مختصات Weyl، با متغیرهای $\hat{\tau}_۱, \hat{\tau}_۲$ و $\hat{\tau}_۳$ پارامتربندی می شود. **ب)** فرآیندی مشابه می تواند دیاگرام تک حلقه ی فاینمن را به هم ارز تئوری ریسمان آن تبدیل کند (پایین).

اما ابتدا اجازه دهید نگاهی به رابطه ی بین پارامترهای ۲D و ۱D بیاندازیم. یک متریک روی گراف فاینمن در شکل ۲ - الف، تا دیفئومورفیزم، وابسته به سه طول حقیقی یا پارامتر وابسته به زمان $\tau_۱, \tau_۲$ و $\tau_۳$ است. اگر گراف در یک دو - منیفلد ضخیم شده باشد «thickened»، همانطور که در شکل پیشنهاد شده است، درنتیجه یک متریک روی آن دو - منیفلد، تا دیفئومورفیزم و تبدیل Weyl، وابسته به سه پارامتر مختلط $\hat{\tau}_۱, \hat{\tau}_۲$ و $\hat{\tau}_۳$ است. شکل ۲ - ب نمایش دیگری از رابطه ی بین یک گراف فاینمن و یک سطح ریمانی را می دهد. ما از گرانش کوانتومی ۱D برای توصیف تئوری میدان کوانتومی در یک فضازمان خمیده ی ممکن استفاده می کنیم؛ اما برای شرح گرانش کوانتومی در فضازمان از آن استفاده ای نمی کنیم. دلیل اینکه ما گرانش کوانتومی را در فضازمان نگرفتیم این است که هیچ تناظری بین اپراتورها و حالت ها در مکانیک کوانتومی وجود ندارد. ما مکانیک کوانتوم ۱D را با کنش بررسی کردیم.

$$I = \int dt\sqrt{g}\left(\frac{۱}{۲}g^{tt}G_{IJ}\frac{dX^I}{\partial t}\frac{\partial X^J}{\partial t} - \frac{۱}{۲}m^۲\right)$$

آنچه از این فهمیده شد که حالت های خارجی در یک دیاگرام باشند، دقیقا حالت ها در مکانیک کوانتوم بودند. اما یک از شکل افتادگی متریک فضا زمان نه با یک حالت، بلکه با یک اپراتور آشکار می شود. هنگامی که یک تغییر δG_{IJ} در متریک G_{IJ} ایجاد می کنیم، کنش با $\mathrm{I} \to \mathrm{I} + \int \mathrm{dt}\sqrt{\mathrm{g}}\mathcal{O}$ تغییر می کند که $\mathcal{O} =$ ۱/۲ $g^{tt}\delta G_{IJ}\partial_t X^I \partial_t X^J$ اپراتوری است که تغییری را در متریک فضازمان ثبت (encode) می کند. به صورت تکنیگی، برای محاسبه ی اثر اختلال در انتگرال مسیر یک فاکتور $\delta I = \int \mathrm{dt}\sqrt{\mathrm{g}}\mathcal{O}$ را درنظر می گیریم و روی مکانی که در آن اپراتور $\mathcal{O}$ وارد می شود انتگرال می گیریم. در انتهای یک خط خارجی در گراف فاینمن یک حالت ظاهر می شود. اما همانطور که در شکل ۳ - الف نشان داده شده است، اپراتوری $\mathcal{O}$ مانند اپراتوری که یک اختلال را در متریک فضازمان شرح می دهد، در یک نقطه ی درونی در گراف پدیدار می گردد. چون حالت ها به نقاط انتهایی خطوط خارجی وارد می شوند، و اپراتورها در نقاط میانی قرارداده می شوند، درکل هیچ رابطه ی ساده ای بین اپراتورها و حالت ها وجود ندارد.



تصویر ۳ حالت ها و اپراتورها. الف) یک از شکل افتادگی متریک فضازمان متناظر با اپراتور$\mathcal{O}$ که می توان آن را در برخی نقاط داخلی p روی یک گراف فاینمن وارد کرد. برعکس، یک حالت در مکانیک کوانتوم به انتهای یکی از خطوط خروجی گراف می چسبد. **ب)** یک سطح ریمانی نیز می تواند یک جاسازی اپراتور داشته باشد. **پ)** اگر نقاط علامت گذاری شده در قست (ب) حذف شود، سطح ریمانی به شکل کونفورم با سطحی با یک لوله ی خروجی که قیاسی برای یک خط خروجی گراف فاینمن است، معادل می شود. اپراتور $\mathcal{O}$ که در p وارد کرده بودیم به یک حالت کوانتومی یک ریسمان که روی لوله منتشر می شود تبدیل می گردد.

اما در تئوری میدان کونفورم یک تناظر بین حالت ها و اپراتورها وجود دارد. اپراتور $\mathcal{O} =$ ۱/۲ $g^{tt}\delta G_{IJ}\partial_t X^I \partial_t X^J$ که نشانگر یک افت و خیز در متریک فضازمان است، به طور اتوماتیک نشانگر حالتی در مکانیک کوانتوم است. این به آن معناست که چرا این تئوری گرانش کوانتومی را درفضازمان شرح می دهد.

تناظر اپراتو - حالت از رابطه ی قرن ۱۹ بین دو تصویری که به طور کونفورمال معادل بودند سرچشمه می گیرد. شکل ۳ - ب نشان دهنده ی یک دو - منیفلد Σ با یک نقطه ی علامت گذاری شده p می باشد که در آن یک اپراتور $\mathcal{O}$ وارد می شود. در شکل ۳ - پ نقطه ی p از Σ برداشته شده است و یک تبدیل Weyl متریکِ Σ را که قبلا یک همسایگی کوچک نقطه ی p به یک لوله نیمه - نامحدود بوده، تبدیل کرده است.

لوله قیاسی برای یک خط خارجی یک گراف فاینمن است که آنچه که در انتهای آن وارد می شود یک حالت ریسمان کوانتومی است. رابطه ی بین این دو تصویر، تناظر بین اپراتورها و حالت هاست.
برای درک تبدیل Weyl بین دو تصویر، متریک صفحه (تصویر۴) در مختصات قطبی را درنظر می گیریم:

$$ds^۲ = dr^۲ + r^۲ d\theta^۲$$

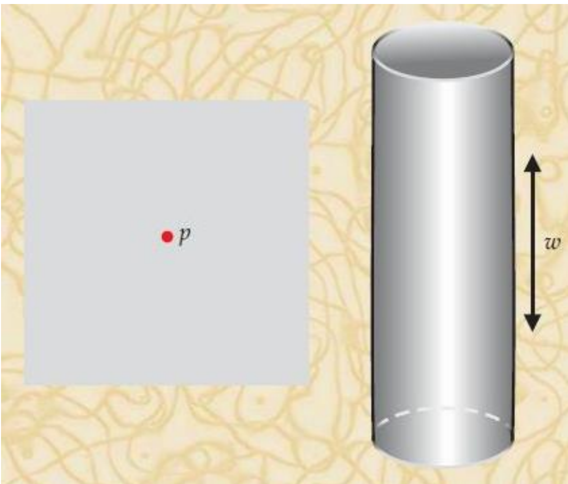
وارد کردن یک اپراتور در نقطه ی $r = ۰$ را در نظر می گیریم. حال، نقطه را حذف کرده و یک تبدیل Weyl را با ضرب $ds^۲$ در $۱/r^۲$ انجام می دهیم تا یک متریک جدید را به دست آوریم

$$(ds')^۲ = ۱/r^۲\, dr^۲ + d\theta^۲$$

برحسب $\omega = \log r\,, -\infty < \omega < \infty$ متریک جدید خواهد شد:

$$(ds')^۲ = d\omega^۲ + d\theta^۲$$

که یک استوانه را شرح می دهد. نقطه ی $r = ۰$ در یک توصیف، متناظر با توصیف دیگر به $\omega \to -\infty$ انتهای استوانه است. در واقع آن چه که در یک توصیف به عنوان یک اپراتور وارد شده در $r = ۰$ تعبیر می شود، در توصیف دیگر به شکل یک حالت کوانتومی که از $\omega = -\infty$ جریان می یابد تعبیر می شود.



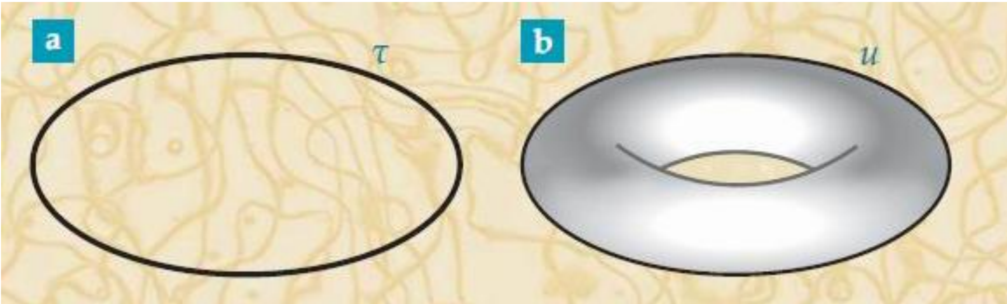
تصویر ۴. یک صفحه ی $\mathbb{R}^2$. هنگامی که یک نقطه ی برچسب خورده ی p حذف می شود، از طریق یک تبدیل Weyl به یک استوانه با یک متریک تخت معادل می شود. مکان عمودی روی استوانه با ω داده می شود و نقطه ی p به انتهای پایینی استوانه در $\omega = -\infty$ نگاشته می شود.

تئوری ریسمان گرانش کوانتومی را در فضازمان شرح می دهد؛ اما گرانش را به تنهایی توضیح نمی دهد. این تئوری، گرانش کوانتومی متحد با ذرات و نیروهای گوناگون در فضازمان را توصیف می کند. دیگر ذرات و

نیروها، متناظر با دیگر اپراتورها در تئوری میدان کونفورم ریسمان هستنتد؛ البته جدا از اپراتور $\mathcal{O}$ که با یک افت و خیز در هندسه ی فضازمان مرتبط است، یا به طور معادل با دیگر حالت های کوانتومی ریسمان هستند. تناظر اپراتور - حالت که به تئوری ریسمان شرح دهنده ی گرانش کوانتومی در فضازمان منجر می شود، در برخی حوزه های مکانیک آماری و فیزیک ماده چگال نیز اهمیت دارد. در واقع این یکی از هارمونی های دیگر طبیعت است!

بدون واگرایی های فرابنفش

گام بعدی، شرح این موضوع است که چرا این نوع از تئوری، واگرایی های فرابنفش را ندارد، که در تناقضی شدید با آن چیزی است که اگر به سادگی به دستورالعمل های کوانتش کنش اینشتین - هیلبرت برای گرانش اعمال کنیم رخ می دهد. هنگام استفاده از آن دستورالعمل ها، با واگرایی های فرانبفش رام نشدنی مواجه می شویم که ابتدا در دهه ی۱۹۳۰ یافت شدند. بعد از آن به طور کلی واضح نبود که مساله مخصوص گرانش است؛ چرا که وقتی دیگر نیروهای ذرات در چارچوب تئوری کوانتومی نسبیتی بررسی می شدند واگرایی های فرابنفش مشکل سازی وجود می داشتند. با این حال هنگامی که برای دیگر نیروها بر واگرایی های فرابنفش غلبه شد (اغلب به طور کامل با ظهور مدل استاندارد فیزیک ذرات در دهه ی ۱۹۷۰)، واضح شد که این مشکل برای گرانش جدی است. برای درک این که چرا هیچ واگرایی فرابنفشی در تئوری ریسمان وجود ندارد، بایستی کار را با این پرسش آغاز کنیم که واگرایی های فرابنفش چگونه در تئوری میدان کوانتومی معمولی سر بر می آورند. وقتی که تمامی متغیرهای زمان ویژه در یک حلقه به صورت همزمان به سمت صفر می روند این واگرایی ها به وجود می آیند. درنتیجه، در مثالِ تصویر ۱، وقتی $\tau_۴$ و $\tau_۱, \tau_۲, \tau_۳$ همزمان صفر می شوند واگرایی فرابنفش می تواند وجود داشته باشد.
این درست است که یک سطح ریمانی می تواند با پارامترهای مختلطی که به طور تقریبی به موازات پارامترهای زمان ویژه ی گراف فاینمن (شکل ۲) هستند، مشخص شود؛ اما یک تفاوت مهم از واگرایی های فرابنفش در تئوری ریسمان جلوگیری می کند. متغیرهای زمان ویژه ی τ یک گراف فاینمن، کل ناحیه ی $۰ \leq \tau_i \leq \infty$ را می پوشاند. برعکس، پارامترهای سطح ریمانی متناظر $\hat{\tau}_i$ از صفر به بیرون مقید می شوند. در یک دیاگرام فاینمن داده شده، می توان یک سطح ریمانی متناظر ایجاد کرد؛ اما به شرطی که مقدار متغیرهای زمان ویژه خیلی کوچک نباشند. ناحیه ی فضای پارامتر که واگرایی های فرابنفش در تئوری میدان رخ می دهند، به سادگی هیچ همتایی در تئوری ریسمان ندارند.

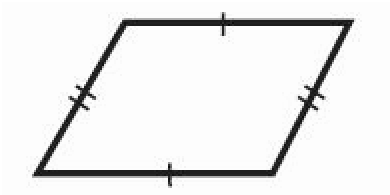


تصویر ۵. ثابت کیهانشناسی یک حلقه ای. الف) در تئوری میدان کوانتومی، این دیاگرام فاینمن با یک تک پارامتر زمان ویژه **T**، در زمره ی ثابت کیهانشناسی یک حلقه ای قرار می گیرد. **ب)** همتای تئوری ریسمان، یک چنبره است که با یک پارامتر **u** (بخش موهومی پارامتر مختلط $\hat{\tau}$ از تصویر ۲ ب) مشخص می شود که به طور بحرانی کراندار دور از صفر است

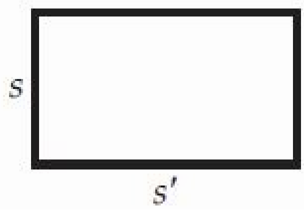
به جای ارائه یک توضیح کلی و عام، نشان خواهیم داد که این در مورد ثابت کیهانشناسی یک حلقه ای کار می کند. دیاگرام فاینمن یک دایره ی ساده است (شکل ۵ - الف)، با یک تک پارامتر ویژه ی τ. عبارت بدست آمده برای ثابت کیهانشناسی یک حلقه ای برابراست با:

$$\Lambda_{۱} = \frac{۱}{۲}\int_{۰}^{\infty} \frac{d\tau}{\tau} Tr\, exp(-\tau H)$$

که H هامیلتونین ذره و برابر با $\frac{1}{2}\ (P^{۲} + m^{۲})$ می باشد. انتگرال در $\tau = ۰$ واگرا می شود و واقعا واگرایی جدی تر از آن چیزی است که به نظر می آید؛ چون انتگرال تکانه بخشی از تریس است. رفتن به تئوری ریسمان به معنی جایگزینی دیاگرام یک حلقه ای کلاسیکی با بخش همتای ریسمانی اش - که یک چنبره می باشد - است. (شکل ۵ - ب). ریاضیدانان قرن ۱۹ نشان دادند که هر چنبره به صورت کونفورم معادل با یک متوازی الاضلاع در صفحه با کناره های مقابل است که در شکل زیر تعریف می شود:



اما برای اینکه این ایده بدون سختی و پیچیدگی توضیح داده شود، به جای متوازی الاضلاع یک مستطیل درنظر می گیریم:



ارتفاع و پایه ی مستطیل را به ترتیب با s و s' علامت می زنیم. تنها نسبت $u = s'/s$ به صورت کونفورمال ناورداست. همچنین، به دلیل این که آنچه که «ارتفاع» می نامیم، برخلاف «پایه» ی یک مستطیل، اختیاری است، آزادیم که s وs' را تغییر دهیم که این متناظر با $u \leftrightarrow ۱/u$ است. پس می توانیم خودمان را محدود به $s' \geq s$ ، کنیم. بنابراین بازه ی u برابر با $۱ \leq u < \infty$ است. پس در تقریب تحت بررسی که تنها مستطیل ها، و نه متوازی الاضلاع ها، را درنظر می گیریم، ثابت کیهانشناسی یک حلقه در تئوری ریسمان برابراست با:

$$\Lambda_{۱} = \frac{۱}{۲}\int_{۱}^{\infty} \frac{du}{u} Tr\, exp(-uH)$$

هیچ واگرایی فرابنفشی حضور ندارد، چراکه حد پایینی انتگرال به جای اینکه ۰ باشد ۱ است. تحلیل کاملتر با متوازی الاضلاع، حد پایینی روی u را از ۱ به $\sqrt{۳}/۲$ شیفت می دهد. ما یک مورد خاص را بررسی کردیم، اما این یک نتیجه کلی است. فرمول های ریسمانی، فرمول های تئوری میدان را تعمیم می دهند، اما بدون ناحیه ای که می تواند واگرایی های فرابنفش در تئوری میدان را بدهد. ناحیه درون قرمز $\left(u \to \infty \text{ یا } \tau \to \infty\right)$ به طور مناسب بین تئوری میدان و تئوری ریسمان ردیف می شود، و این همان دلیلی است که چرا یک تئوری ریسمان می تواند از تئوری میدان در پیشگویی هایش برای رفتار در انرژی های پایین یا زمان ها و مسافت های بلند، تقلید کند.

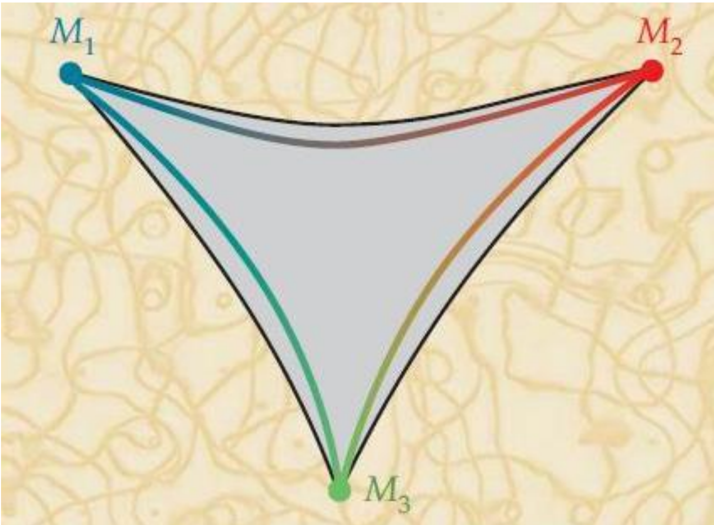
فضازمان پیشامده

هدف نهایی من، توضیحِ حداقل تا بخشی از آن قسمتی از فضازمان است که از چیزی ژرف تر ناشی می شود، به شرطی که تئوری ریسمان درست باشد. اجازه دهید در ادامه روی این واقعیت متمرکز شویم. فضازمان M با تانسور متریکش $G_{IJ}(X)$ به شکل داده های ثبت شد که ما را قادر می ساخت تا یک تئوری میدان کونفورم $۲D$ خاص را تعریف کنیم. این تنها راهی است که فضازمان وارد داستان می شود.

در ساختارمان، توانسته ایم از یک تئوری میدان کونفورم $۲D$ استفاده کرده باشیم (به واسطه ی تعدادی قوانین کلی که برای خلاصه نویسی آن ها را حذف کرده ایم). حال اگر $G_{IJ}(X)$ به آرامی تغییر کند (شعاع انحنا در هرجا بزرگ است)، لاگرانژین که به وسیله ی آن تئوری میدان کونفورم $۲D$ را شرح دادیم، به طور ضعیفی جفت می شود که این مفید است. از این نظر، تئوری ریسمان با فیزیک معمولی که ما با آن آشنا هستیم منطبق می شود. در این شرایط، ممکن است بگوییم که تئوری یک تفسیر نیمه کلاسیکی برحسب

ریسمان ها در فضازمان دارد و در انرژی های پایین به تفسیری برحسب ذرات و میدان ها در فضازمان کاهش می یابد.

هنگامی که از یک حد ضعیف نیمه کلاسیکی دور می شویم، لاگرانژین خیلی مفید نیست و تئوری هرگونه تعبیر خاص را برحسب ریسمان ها در فضازمان ندارد. شکست بالقوه ی یک تعبیر فضازمان ساده، خیلی از نتایج غیرکلاسیکی را به همراه دارد؛ از جمله توانایی گذار پیوسته از یک منیفلد فضا - زمان به دیگری، با این واقعیت که نتیجه می شود انواع خاصی از تکینگی ها (اما نه تکینگی های سیاه چاله) در نسبیت عام کلاسیکی نشانگر شرایط کاملا بدون خطر و هموار در تئوری ریسمان اند. مثالی از رفتار غیرکلاسیکی تئوری ریسمان در تصویر ۶ رسم شده است:



تصویر ۶. نمایشی شماتیک از یک خانواده از دو تئوری میدان کونفورم دو بعدی (ناحیه ی خاکستری با خطوط سیاه محدود شده اند) که وابسته به دو پارامترند. برای برخی مقادیر پارامترها، تئوری ها تعبیری نیمه کلاسیکی برحسب ریسمان هایی که در یک فضازمان $M_۱, M_۲$ یا $M_۳$ در حال انتشارند، دارا می باشند. به طور کلی، چنین تعبیری وجود ندارد؛ اما با این حال می توان یک گذار پیوسته از یک فضازمان کلاسیکی خاص با فضای دیگر داشت، همان طور که با خطوط رنگی نشان داده شده است.

در کل، یک تئوری ریسمان با هیچ تعبیر فضا زمان خاصی نمی آید؛ اما چنین تعبیری می تواند در یک حد مناسب آشکار شود؛ تا حدی به صورت مکانیک کلاسیکی، و یا گاهی به شکل حدی از مکانیک کوانتوم ظاهر می شود. از این نظر، فضازمان از یک مفهوم به ظاهر بنیادی ترِ تئوری میدان کوانتومی $۲D$ بر می خیزد.

ما به دنبال ارائه ی یک توصیف کامل نبودیم؛ از این نظر که در زمینه ی تئوری ریسمان، فضازمان از چیزی ژرف تر سرچشمه می گیرد. یک جنبه ی کاملا متفاوت از داستان، فرای حیطه ی مقاله ی کنونی، شامل مکانیک کوانتومی و دوگانگی Duality بین تئوری پیمانه ای و گرانش می شود (به مقاله ی Igor

Klebanov و *Juan Maldacena* در PHYSICS TODAY, January ۲۰۰۹, page ۲۸ مراجعه کنید). با این حال آن چه که ما شرح داده ایم یقینا چیزی مهم است و مانند جور شدن یک قطعه ی مهم در پازل است. حداقل یک بینشی جزیی درباره ی اینکه چگونه فضا زمان همانگونه که توسط اینشتین درک شد، می تواند از چیزی ژرف تر ناشی شود، ارائه شد. همین طور هست که به طور امیدوارانه ای در مدت این صد سال، نسبیت عام مورد توجه و جالب است.

منابع برای مطالعه ی بیشتر:

- ‣ B. Zwiebach, *A First Course in String Theory*, ۲nd ed., Cambridge U. Press (۲۰۰۹).
- ‣ J. Polchinski, *String Theory, Volume ۱: An Introduction to the Bosonic String*, Cambridge U. Press(۲۰۰۵).
- ‣ M. B. Green, J. S. Schwarz, E. Witten, *Superstring Theory, Volume ۱: Introduction*, Cambridge U. Press(۱۹۸۷).


از مجموعه کتب الکترونیکی سایت علمی بیگ بنگ: bigbangpage.com
جهانی از عدم
چرا E=mc2
جهان کوانتومی
غذا و تغذیه در فضا
فرگشت و ژنتیک
ذرات بنیادی یا نظریه ریسمانها
سیاهچاله ها، از رویا تا واقعیت